TEMA 6. SISTEMA DIÉDRICO. MÉTODOS. ABATIMIENTOS, GIROS Y CAMBIOS DE PLANO.

1. ABATIMIENTOS **2**

1.1. ABATIMIENTO DE UN PUNTO CONTENIDO EN UN PLANO **2**

1.2. ABATIMIENTO DE UNA RECTA CONTENIDA EN UN PLANO **3**

1.3. ABATIMIENTO DE UN PLANO **4**

1.4. ABATIMIENTO DE UNA FIGURA PLANA. **5**

1.5. DESABATIMIENTO DE UNA FIGURA PLANA. **6**

1.6. ABATIMIENTO DE UNA FIGURA PLANA CONTENIDA EN UN PLANO DE PROYECTANTE **7**

1.7. ABATIMIENTO DE UNA FIGURA PLANA CONTENIDA EN UN PLANO PARALELO A LA LT. **8**

2. GIROS **9**

2.1. GIRO DE UN PUNTO **9**

2.2. GIRO DE UNA RECTA **10**

2.2.1. Girar una recta para convertirla en frontal **10**

2.3. GIRO DE UN PLANO **11**

2.4. APLICACIONES DE GIROS **11**

2.4.1. Mediante giro, convertir un plano cualquiera en un plano proyectante vertical **11**

2.4.2. Distancia entre dos planos paralelos mediante giros **12**

2.4.3. Distancia entre un punto y un plano mediante giros **12**

3. CAMBIOS DE PLANO **13**

3.1.PROYECCIONES DE UN PUNTO EN EL CAMBIO DE PLANO **13**

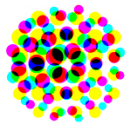
3.2. LA RECTA EN EL CAMBIO DE PLANO **14**

3.3. LAS TRAZAS DEL PLANO EN EL CAMBIO DE PLANO **15**

3.4. APLICACIONES DEL CAMBIO DE PLANO **16**

3.4.1. Distancia entre un punto y una recta mediante cambios de plano **16**

3.4.2. Distancia entre dos planos paralelos mediante cambios de plano **16**

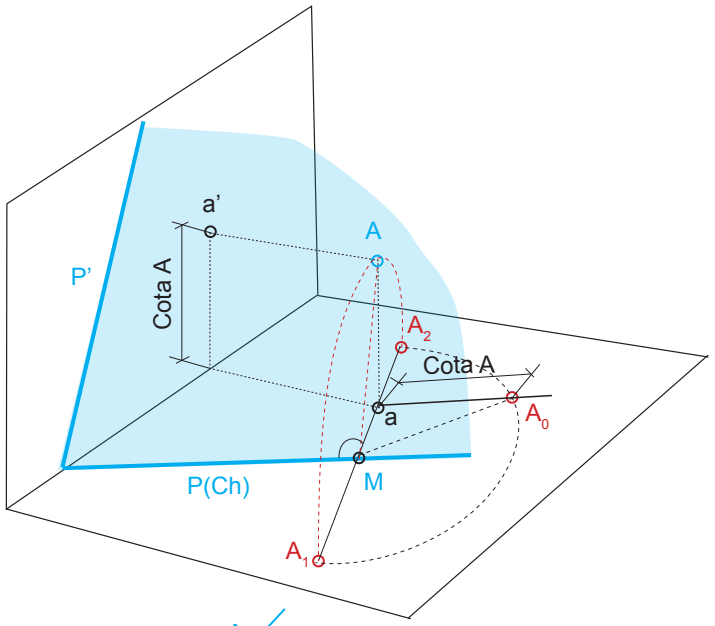


TEMA 6. SISTEMA DIÉDRICO. MÉTODOS. ABATIMIENTOS, GIROS Y CAMBIOS DE PLANO.

- En el sistema diédrico se nos pueden mostrar las proyecciones diédricas de elementos en posiciones que a veces dificulta el proceso de ejecución de un ejercicio determinado. También suele ocurrir que las proyecciones no se presentan con su verdadera magnitud y forma.
- Para simplificar dichos procesos y obtener verdaderas magnitudes, se emplean tres métodos en Geometría Descriptiva: **Abatimientos**, **giros** y **cambios de plano**.

1. ABATIMIENTOS

- Se llama abatir un plano a hacer coincidir a este con otro plano particular y fijo.
- El abatimiento de un plano se efectúa girando el mismo alrededor de una de sus trazas. Esta traza recibe el nombre de **charnela**.
- El plano fijo sobre el cual se abate es uno de los de proyección, por lo cual todos sus elementos, puntos, segmentos, ángulos, polígonos, etc. contenidos sobre el plano móvil, se sitúan tras el abatimiento sobre el plano de proyección, por lo que se proyectan sin deformación alguna, obteniendo su verdadera magnitud.
- Siempre se abate un plano sobre otro y recíprocamente, solo se pueden abatir planos.
- Todos los puntos del plano describen arcos de circunferencia cuyo centro se encuentra en la charnela, estando contenidas estas circunferencias en planos sucesivamente perpendiculares a la traza que hace de charnela.

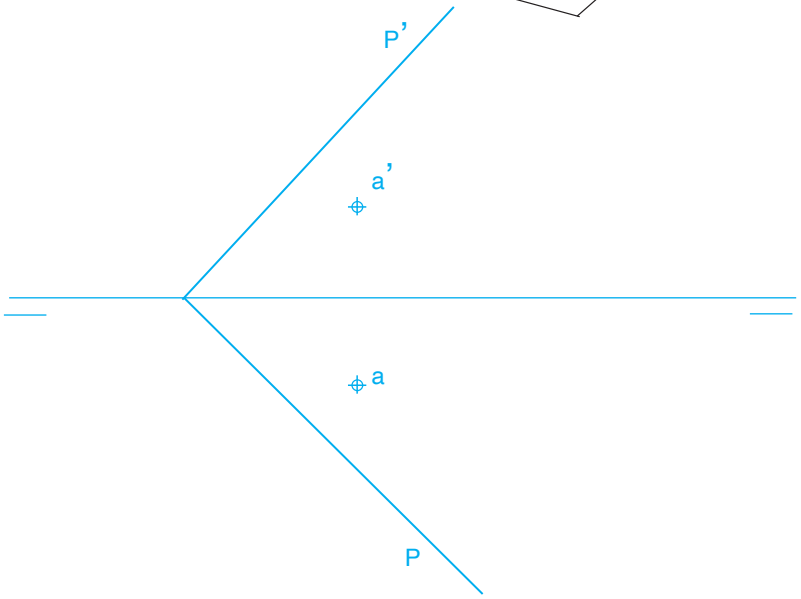


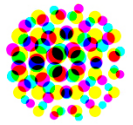
1.1. ABATIMIENTO DE UN PUNTO CONTENIDO EN UN PLANO

Cuando se abate un punto, o cualquier otro elemento, lo que se abate en realidad es el plano que lo contiene.

Dado el punto ***A*** contenido en el plano ***P:***

1. Se trazan una paralela y una perpendicular a la charnela por la proyección horizontal del punto (***a***).
2. Se lleva sobre la paralela la cota del punto, obteniendo a_0.
3. Con centro en el punto ***m***, de corte de la perpendicular trazada con la charnela y radio hasta a_0 se traza arco hasta cortar a la perpendicular en los puntos a_1 y a_2 que son los abatimientos del punto dado.

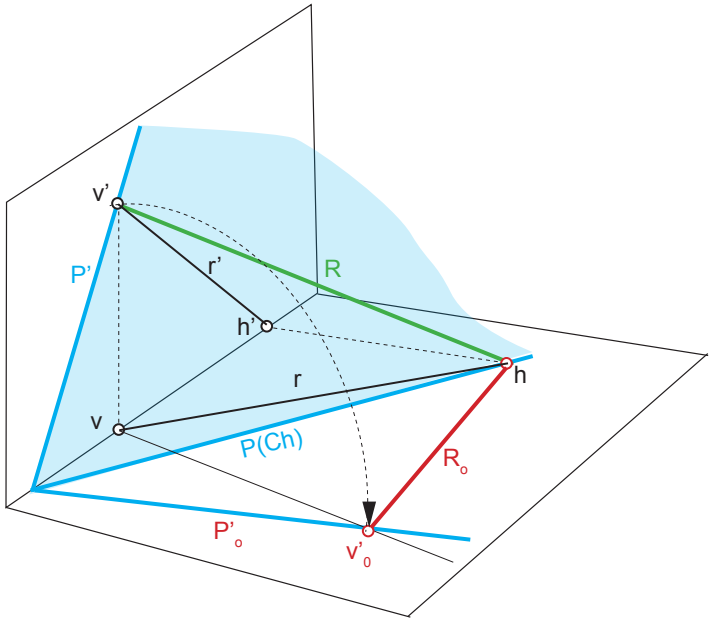


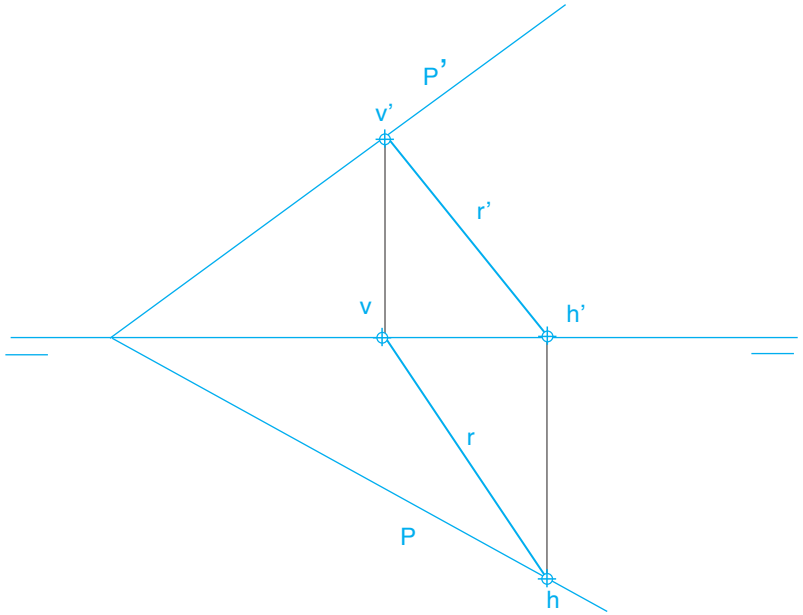


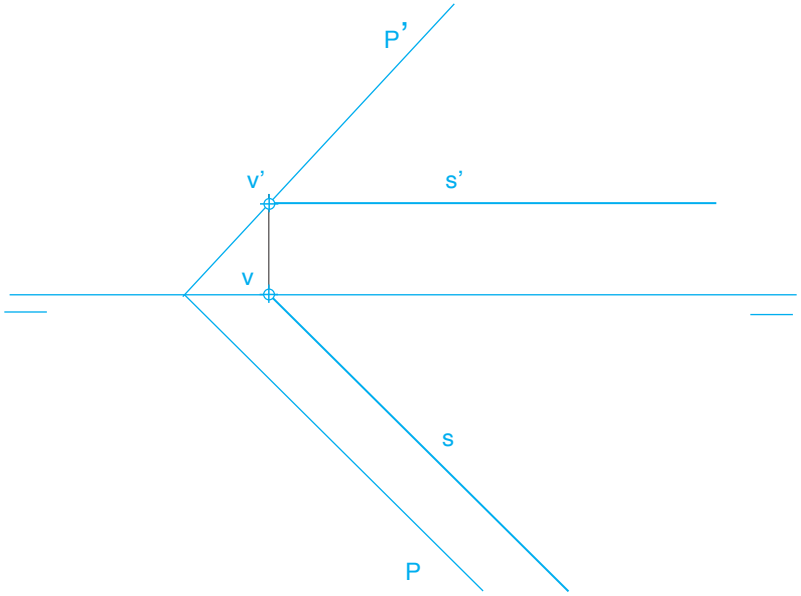
1.2. ABATIMIENTO DE UNA RECTA CONTENIDA EN UN PLANO

Para abatir una recta basta con abatir dos de sus puntos. Como se ve en el dibujo hemos abatido las trazas de la recta ***R***. La traza vertical la abatimos como en el apartado anterior y la traza horizontal no se mueve por estar contenida en la charnela.

Las rectas horizontales de un plano son paralelas a su traza horizontal, por lo que abatidas sobre el plano horizontal de proyección, se mantienen paralelas a la charnela. Para abatir estas rectas, basta abatir su traza vertical y trazar por ella la recta abatida paralela a la charnela.



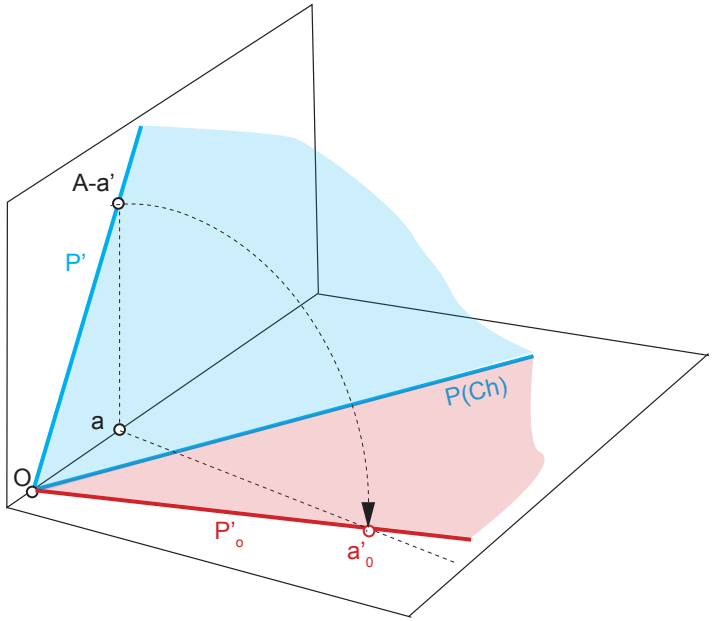




1.3. ABATIMIENTO DE UN PLANO

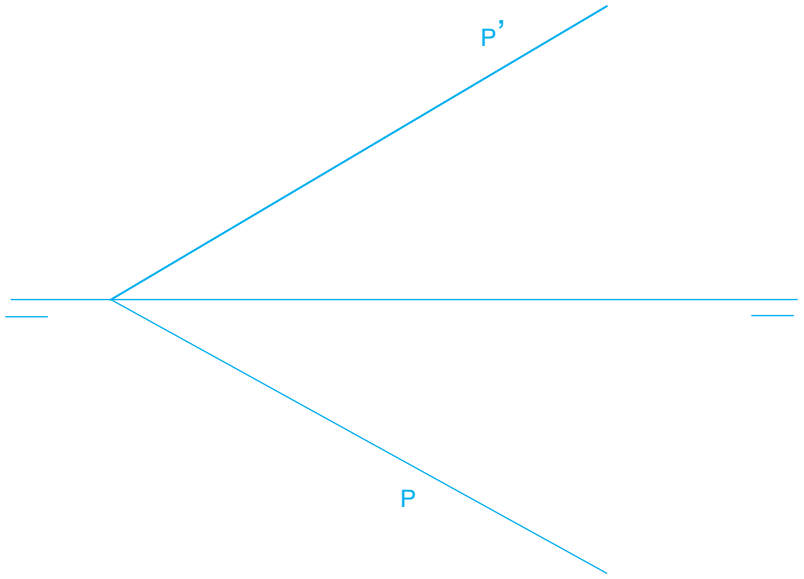
Abatir un plano consiste en abatir la traza que no hace la función de charnela, puesto que ésta rota sobre sí misma.

Si queremos abatir la traza vertical de un plano sobre el horizontal de proyección, sólo tenemos que abatir dos puntos de ella. Si uno de ellos es el origen del plano que por pertenecer también a la charnela no se mueve, basta con abatir un punto cualquiera de la traza vertical y unirlo con el origen del plano



Dado el plano P, abatirlo sobre el PHP.

1. Se elige un punto arbitrario ***A*** de la traza vertical ***P'*** del plano.
2. Por la proyección horizontal ***a'*** se traza la perpendicular a la charnela.
3. Con centro en el vértice ***O*** del plano y radio ***Oa'***, se describe un arco que corta a la perpendicular anterior en a'_0 , pues en el espacio se cumple que $Oa' = Oa_0$.
4. Se une el punto abatido a_0 con el vértice del plano, obteniendo así P'_0, que es la traza vertical del plano abatida.



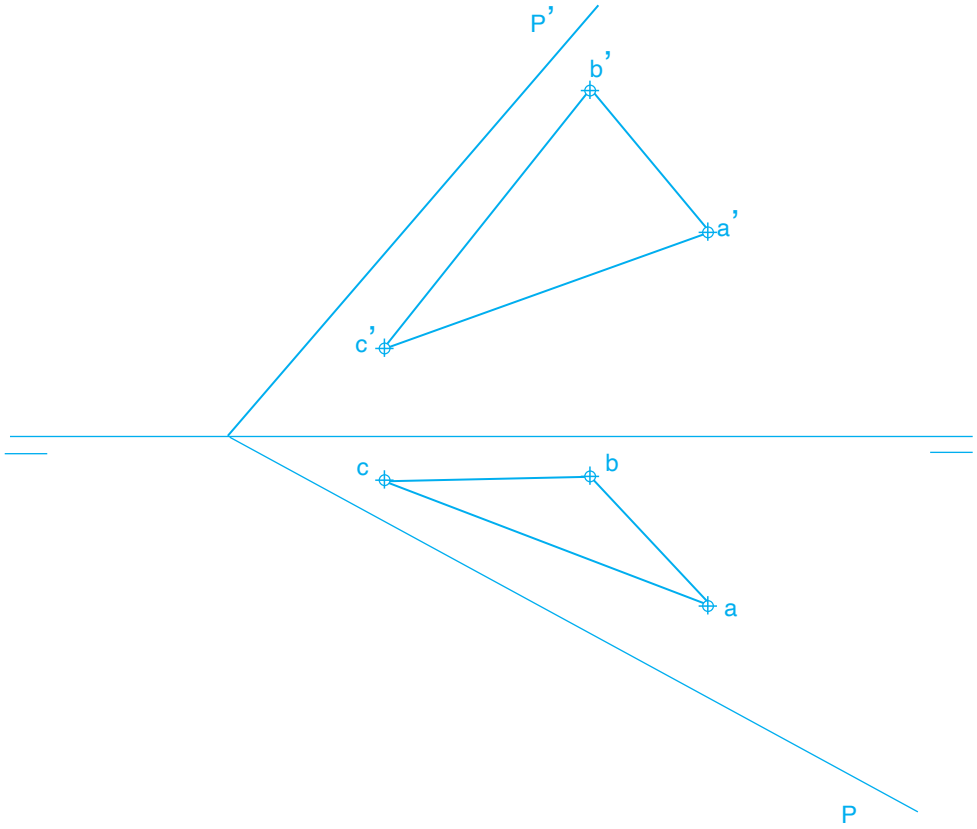
1.4. ABATIMIENTO DE UNA FIGURA PLANA.

Al abatir una figura contenida en un plano sobre alguno de los planos de proyección, estamos determinando su verdadera magnitud.
Para ello abatiremos cada uno de sus vértices por cualquiera de los procedimientos vistos.
En este caso haremos pasar por cada uno de los vértices, rectas horizontales del plano.

Dado el plano ***P*** y la figura ABC.

1. Por el punto ***A*** se traza una recta horizontal ***M***.
2. Se abate la traza vertical del plano en P_0 -tal como se ha explicado en el apartado anterior-, tomando como punto auxiliar, por ejemplo, la traza vertical $V_{0\,m}'$.
3. Por V'_0 se traza la recta abatida m_0, paralela a la traza ***P***.
4. El punto abatido A_0 se halla donde se cortan m_0 y la perpendicular a la charnela trazada por ***a***.
5. El resto de los puntos se abaten de la misma manera que el punto ***A***.

Podemos simplificar el trazado aprovechando la ***afinidad*** existente entre las proyecciones diédricas de la figura y la figura abatida, siendo el eje de dicha afinidad la charnela del abatimiento y la dirección de afinidad la perpendicular a la charnela.



1.5. DESABATIMIENTO DE UNA FIGURA PLANA.

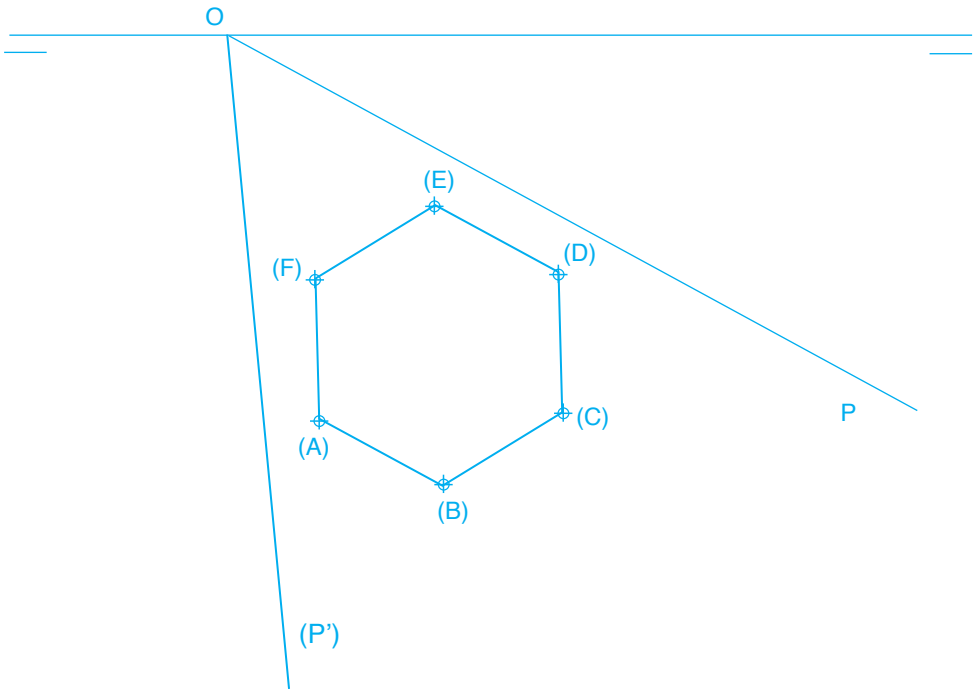
Para desabatir una figura plana sobre un plano P dado, se siguen los mismos pasos que para abatir pero en sentido inverso.

Dado el plano ***P*** y el hexágono regular abatidos sobre el plano horizontal.

Desabatimos la traza P_0' del plano para obtener ***P'***:

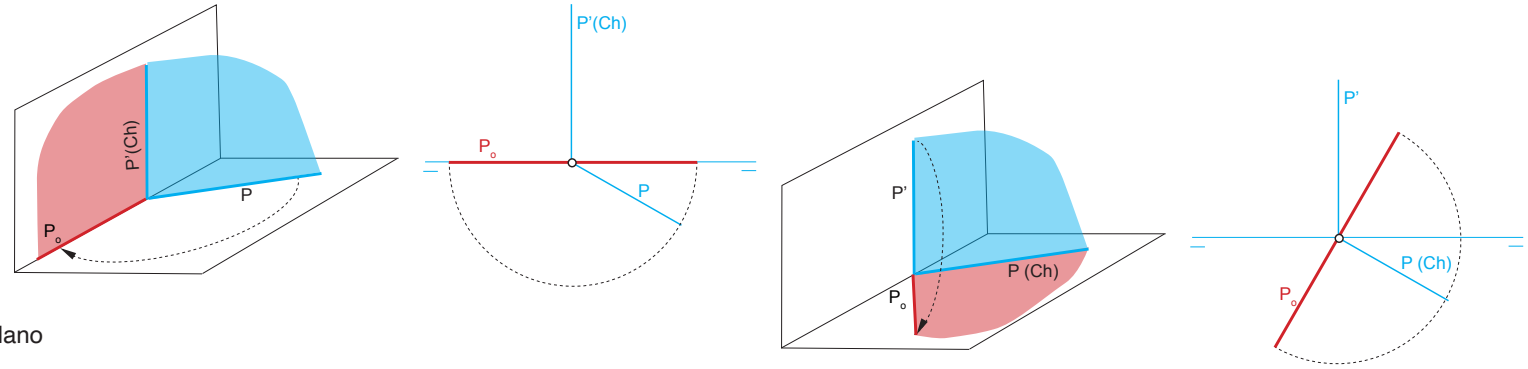
1. Tomamos una recta horizontal del plano que pase por A_0 - paralela a la charnela (***P***) - obteniendo V_0 sobre P'_0.
2. Trazamos una perpendicular a la charnela por V_0 obteniendo ***v*** sobre la LT.
3. Trazamos una perpendicular a la LT por ***v.***
4. Con centro en ***O*** y radio $O\ V_0$ dibujamos un arco hasta que corte en ***v'*** a la perpendicular trazada desde ***v***.
5. Unimos ***O*** y ***v´***y tenemos la traza ***P'*** del plano.

Nos ayudamos de rectas horizontales que pasen por los vértices de la figura para determinar las proyecciones del hexágono.



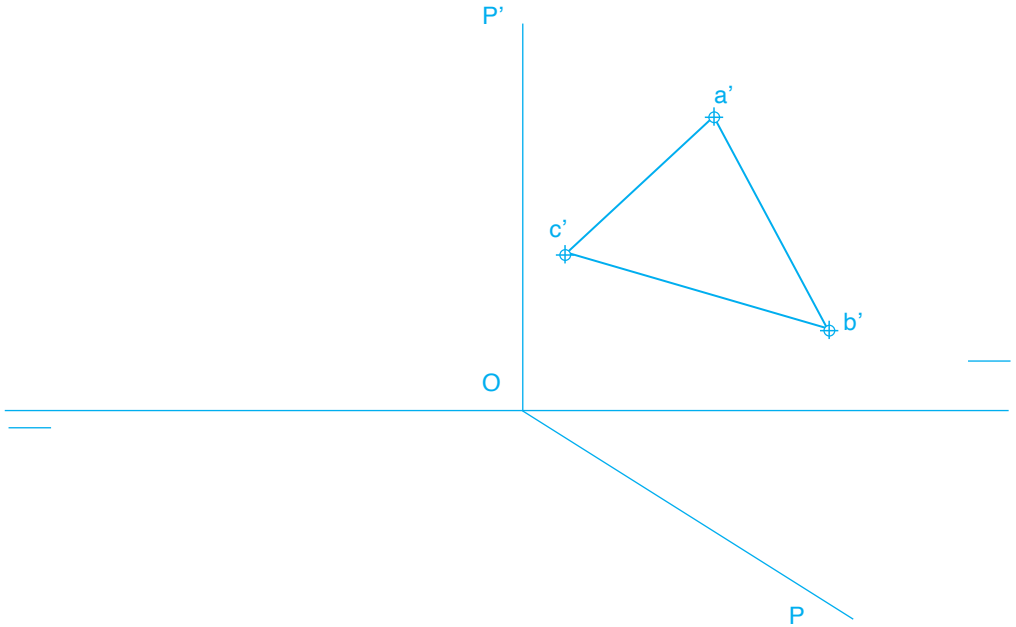
1.6. ABATIMIENTO DE UNA FIGURA PLANA CONTENIDA EN UN PLANO DE PROYECTANTE

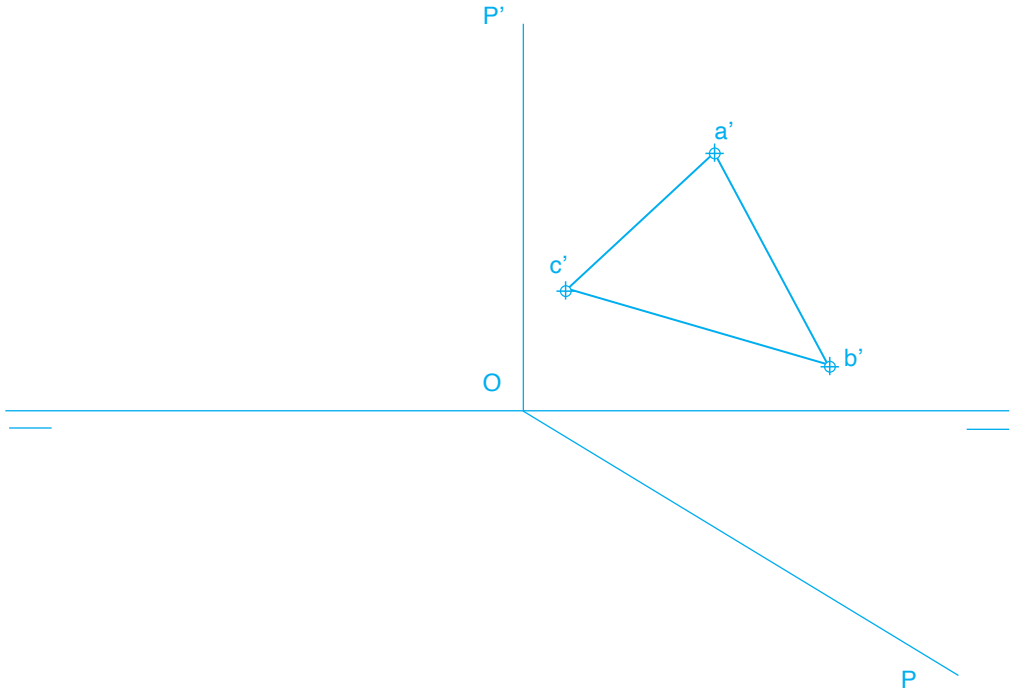
Los planos proyectantes tienen sus trazas perpendiculares, por lo tanto, tras el abatimiento se mantienen perpendiculares. Si abatimos un plano proyectante horizontal tomando como charnela su traza vertical, la traza horizontal abatida coincidirá con la línea de tierra y si lo abatimos tomando como charnela su traza horizontal, la traza vertical abatida será perpendicular a la horizontal.



Dado el plano ***P*** y el triángulo ***ABC*** contenido en el plano

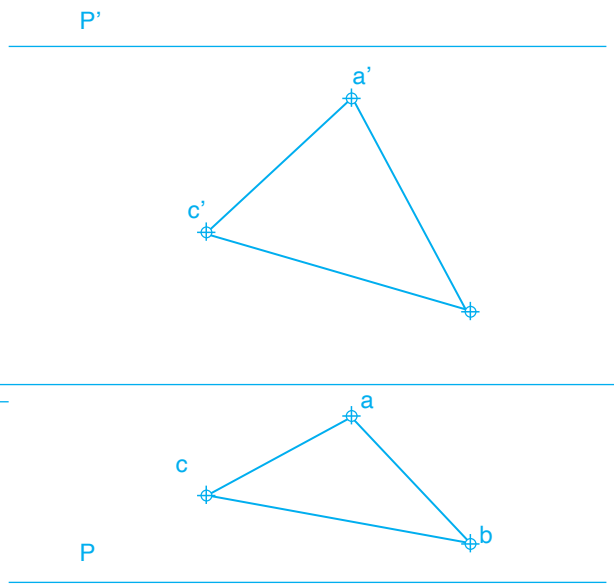
La traza vertical ***P'*** hace de charnela.
La traza ***P*** abatida, P_0, está sobre la línea de tierra.
Para hallar las posiciones abatidas (A_0, B_0, ...) de los puntos del plano, se trazan perpendiculares a la charnela ***P'*** desde sus proyecciones verticales hasta que corten a las perpendiculares a LT por donde los arcos de centro ***O*** la corten.





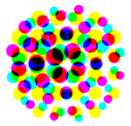
1.7. ABATIMIENTO DE UNA FIGURA PLANA CONTENIDA EN UN PLANO PARALELO A LA LT.

Los planos paralelos a la LT se pueden abatir sobre el plano vertical u horizontal, para ello pasamos el plano que contiene la figura al perfil y después abatimos cada uno de los vértices de la figura.



Dado el plano ***P*** y el triángulo ***ABC*** contenido en el plano

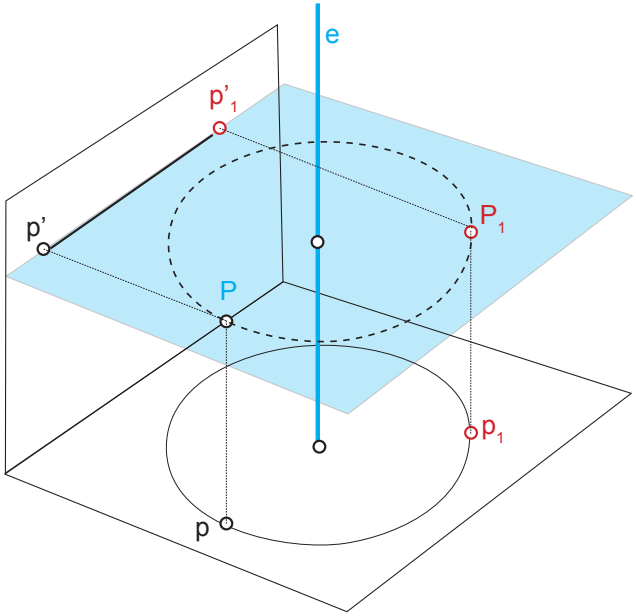
1. Pasamos el plano ***P*** al perfil y llevamos los vértices ***ABC*** sobre él.
2. La traza horizontal ***P*** hace de charnela, abatimos los puntos sobre el plano horizontal: Hacemos centro con el compás en el punto O_1, traza ***P*** vista de perfil, giramos los puntos hasta el plano horizontal.
3. Llevamos los puntos ***ABC*** a la vista horizontal diédrica: Hacemos cento en O_2 y giramos los puntos hasta el plano de perfil y luego trazamos paralelas a la LT hasta que corte a las perpendiculares a la LT trazadas por las proyecciones de los puntos, obteniendo los vértices ***ABC*** abatidos.

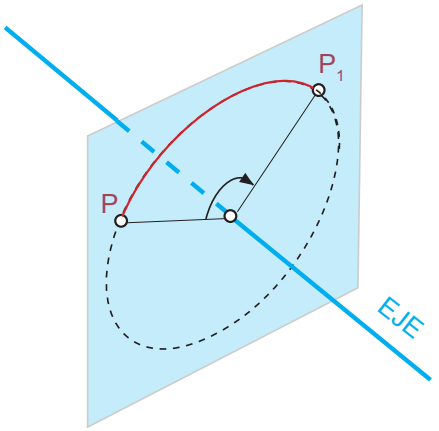


2. GIROS

Los giros se emplean para situar un elemento en una posición más adecuada respeto a los planos de proyección y poder determinar, por ejemplo, verdaderas magnitudes lineales o angulares.
El giro se define por el eje de giro, normalmente perpendicular a uno de los planos de proyección, y por el ángulo girado.

Si un punto gira alrededor de una recta describe una circunferencia de radio la distancia del punto a la recta y contenida en un plano perpendicular al eje de giro.
Si tomamos como eje de giro una recta vertical, la circunferencia de giro estará contenida en un plano horizontal y se proyectará sobre el plano horizontal de proyección en verdadera magnitud y en el plano vertical como un segmento, igual a su diámetro, coincidente con la traza del plano horizontal que la contiene



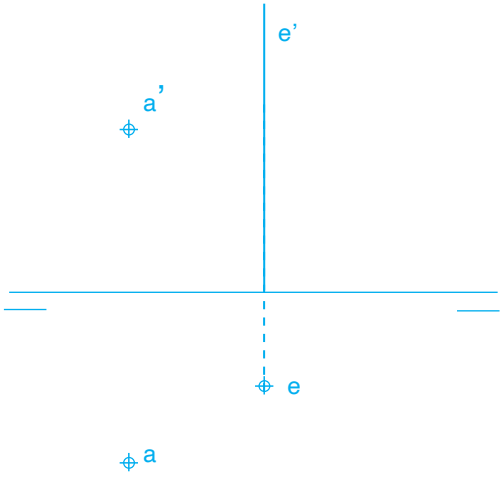


2.1. GIRO DE UN PUNTO

Giro de un punto alrededor de un eje perpendicular al plano horizontal

Sea el eje ***e*** y un punto ***A***:

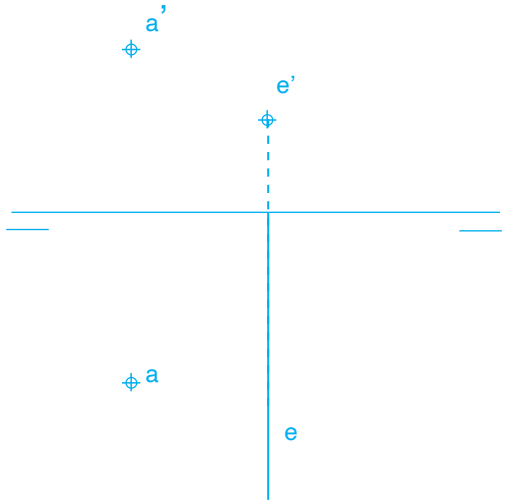
1. Haciendo centro en la proyección horizontal ***e*** y radio ***ea***, se describe un arco de un determinado ángulo y sentido, hasta la posición a_1.
2. Por la proyección vertical ***a'*** del punto se dibuja la paralela a la línea de tierra, traza vertical del plano que contiene a la circunferencia.
3. Por la nueva proyección horizontal a_1 se traza la perpendicular a la línea de tierra hasta cortar en a_1' a la paralela anterior.

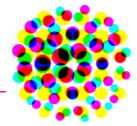


Giro de un punto alrededor de un eje perpendicular al plano vertical

Sea el eje ***e*** y un punto ***A***:

1. Haciendo centro en la proyección vertical ***e'*** del eje y radio **e'a'**, se describe un arco de un determinado ángulo y sentido hasta la posición a'_1.
2. Por la proyección horizontal ***a*** del punto se dibuja la paralela a la línea de tierra, traza horizontal del plano que contiene a la circunferencia.
3. Por la nueva proyección vertical a'_1 se traza la perpendicular a la línea de tierra hasta cortar en a_1 a la paralela anterior.



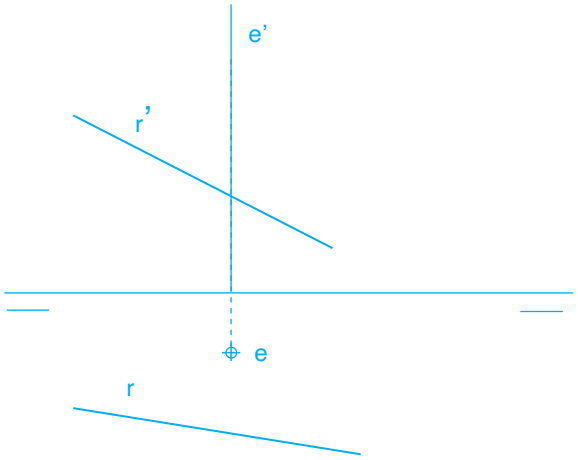


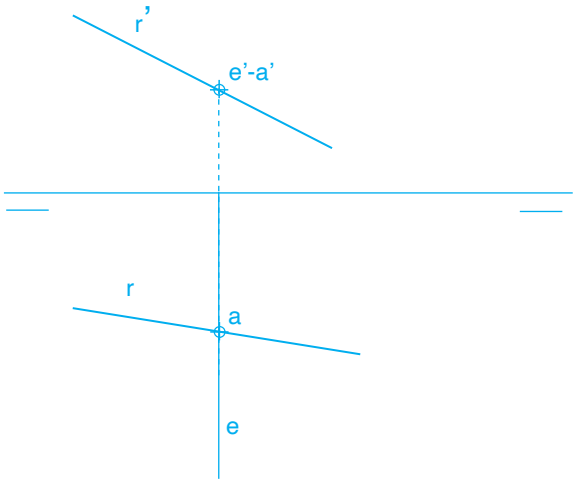
2.2. GIRO DE UNA RECTA

Para girar una recta basta girar dos de sus puntos el mismo ángulo. Si la recta corta el eje, el punto de intersección de ambas recta no se mueve tras el giro, por lo que es suficiente con girar un punto y unirlo con el punto de intersección.

Giro de una recta alrededor de un eje con el que se cruza
En este caso hay que girar dos puntos de la recta, ambos el mismo ángulo. Una vez girados unimos sus proyecciones para obtener la recta girada.

Giro de una recta alrededor de un eje que la corta
El punto de corte permanece inmóvil. Giramos cualquier otro punto de la recta, como el P (p',p), el ángulo que queramos y unimos con el punto de corte A (a',a).



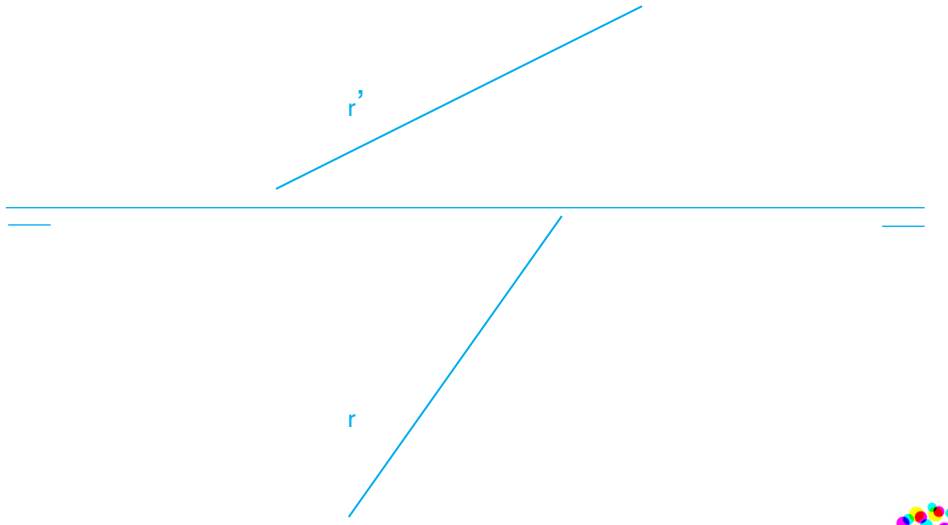


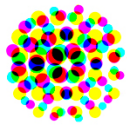
2.2.1. Girar una recta para convertirla en frontal

Es esta una de las aplicaciones más utilizadas de los giros, pues al convertir una recta cualquiera en frontal se pueden tomar, en su proyección vertical, verdaderas magnitudes; recuérdese que, en las rectas frontales, la recta es paralela a su proyección vertical.

Dada una recta ***R***:

1. Se traza un eje ***E*** cualquiera, perpendicular al plano horizontal, que corte a la recta ***R***; por tanto, la proyección horizontal ***e*** está en la proyección ***r*** de la recta, y la proyección vertical ***e'*** es perpendicular a la línea de tierra. La intersección de ***R*** y ***E*** es el punto ***A*** (***a a'***).
2. Se elige un punto cualquiera ***B*** (***b b'***) de la recta ***R***.
3. Haciendo centro en la proyección horizontal ***e*** del eje y radio ***e b***, se describe un arco de circunferencia, de tal forma que b_1 y ***a*** estén alineados según una paralela a la línea de tierra.
4. Se halla la nueva proyección vertical b_1', trazando por ***b'*** la paralela a la línea de tierra, y por b_1 la perpendicular.
5. Se une el punto B_1 con ***A*** que, como pertenece al eje, es un punto doble, obteniendo la recta R_1; la proyección r_1 se obtiene al unir ***a*** y b_1, y r'_1 se halla uniendo ***a'*** y b'_1.



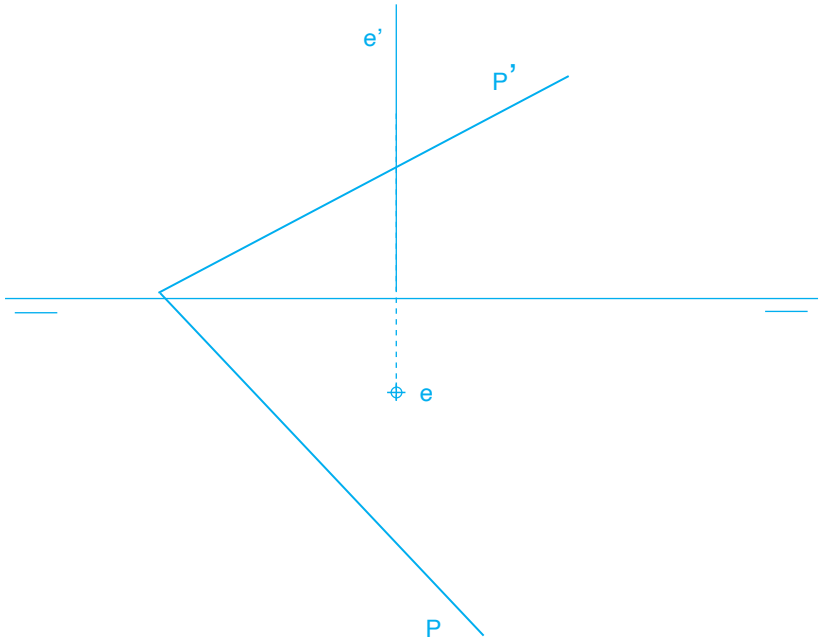


2.3. GIRO DE UN PLANO

Para determinar las nuevas trazas de un plano girando alrededor de un eje, se suele utilizar un método que consiste en girar la traza horizontal y una recta horizontal del plano cuando el eje es vertical o la traza vertical y una recta frontal si el eje es de punta respecto al plano vertical.

Dado el plano ***P*** y el eje ***E***, perpendicular al plano horizontal

1. Trazamos una perpendicular desde la traza horizontal del eje, ***e***, a la traza horizontal del plano, ***P***, determinando el punto ***a***.
2. Efectuamos el giro el ángulo deseado o hasta colocar la traza en la posición deseada P_1.
3. Para determinar la otra traza nos valemos de una recta horizontal auxiliar del plano, ***R*** que corte al eje (su proyección horizontal ***r*** debe ser paralela a ***P*** y pasar por ***e***.
4. Esta recta debe seguir siendo horizontal tras el giro (su proyección horizontal r_1 paralela a P_1 y pasa por ***e***, y su proyección vertical la misma que antes.
5. Hayamos la traza vertical de la recta (v'_{r1}) por donde debe pasar la nueva traza vertical del plano P'_1.

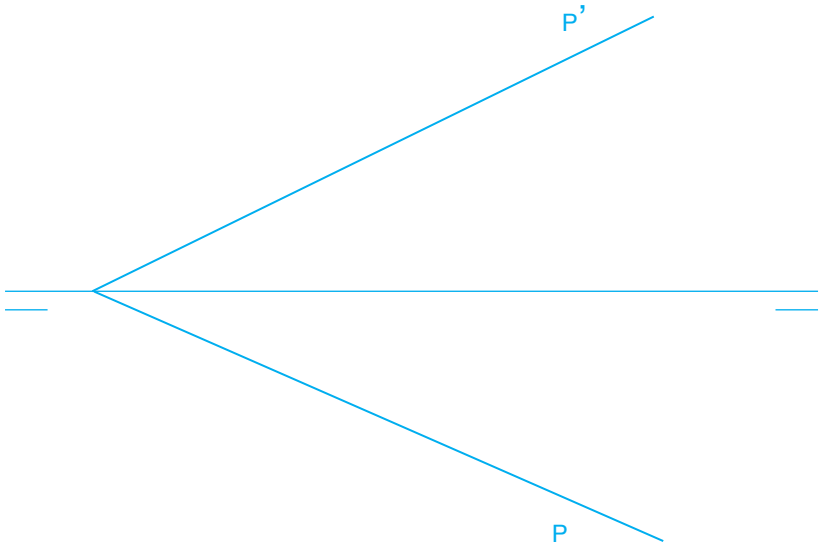


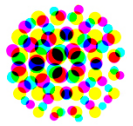
2.4. APLICACIONES DE GIROS

2.4.1. Mediante giro, convertir un plano cualquiera en un plano proyectante vertical

Dado el plano ***P*** .

1. Se traza un eje ***E*** cualquiera perpendicular al plano horizontal.
2. Se halla el punto ***A*** de intersección del plano con el eje mediante la recta horizontal ***R***, cuya proyección ***r*** pasa por ***e***.
3. Se gira, tomando el punto ***B***, la traza horizontal hasta colocarla perpendicular a la línea de tierra, siendo P_1 la nueva traza horizontal del plano.
4. La nueva traza vertical P'_1 se halla uniendo el punto de corte de la traza girada con la nueva traza vertical V'_{r1} de la recta girada, que coincide con ***a'*** por ser la recta girada R_1 una recta de punta.

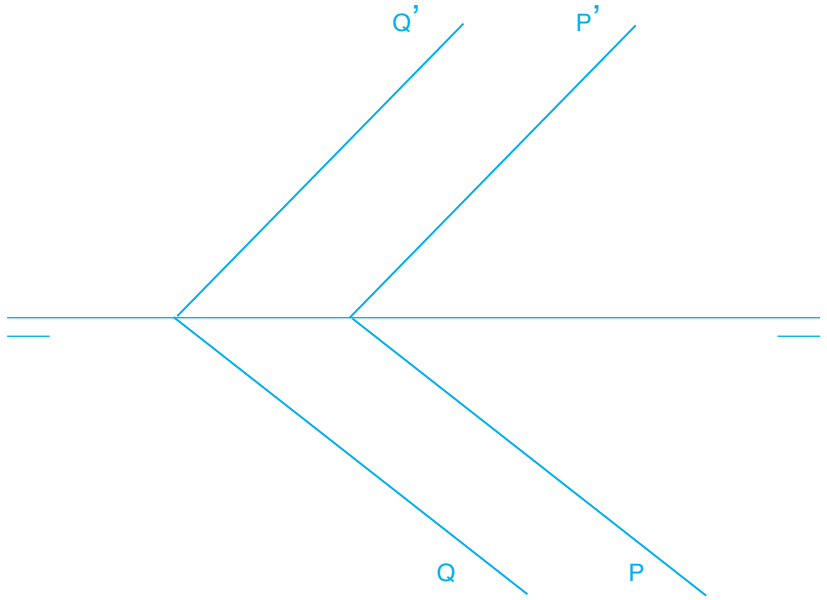




2.4.2. Distancia entre dos planos paralelos mediante giros

Dados los planos ***P*** y ***Q***.

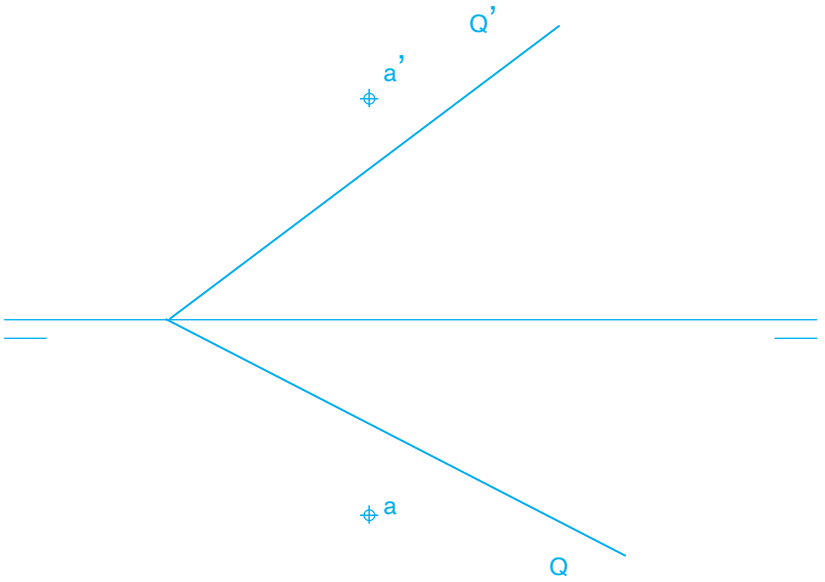
1. Se trata de dos planos arbitrarios que, mediante giros, vamos a transformarlos en planos proyectantes verticales, para lo cual se elige como eje ***e*** una recta cualquiera, perpendicular al plano horizontal y que esté contenida en el plano vertical, dado que así se simplifican las operaciones. Las intersecciones del eje con los planos ***P*** y ***Q*** son los puntos ***M*** y ***N*** respectivamente.
2. Desde la proyección horizontal ***e*** del eje se traza la perpendicular a las trazas horizontales ***P*** y ***Q*** hasta cortarlas en los puntos ***A*** y ***B***.
3. Se giran los puntos ***a*** y ***b*** hasta situarlos en la línea de tierra, en a_1 y b_1, de manera que las nuevas trazas horizontales P_1, y Q_1 sean perpendiculares a la línea de tierra.
4. La nueva traza vertical P'_1 se determina al unir el nuevo vértice a_1 del plano con el punto ***M***. La traza vertical Q'_1 se halla de la misma forma, es decir, uniendo el vértice b_1 con el punto ***N***, o bien trazando directamente la paralela a P'_1, pues los planos no dejan de ser paralelos.
5. La distancia entre los dos planos es la distancia que separa sus proyecciones verticales, dado que la perpendicular común a ambos planos resulta ser una recta frontal.



2.4.3. Distancia entre un punto y un plano mediante giros

Dados los planos ***P*** y el punto ***A***.

Para ello procedemos como en el ejercicio anterior, giramos el plano ***P*** hasta convertirlo en proyectante vertical, y aplicamos el mismo giro al punto ***A***.
La mínima distancia será la perpendicular desde la proyección vertical del punto girado a la traza vertical girada del plano.

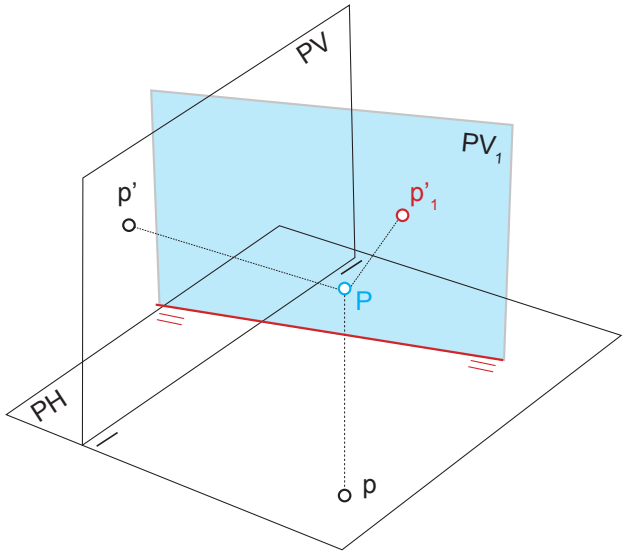


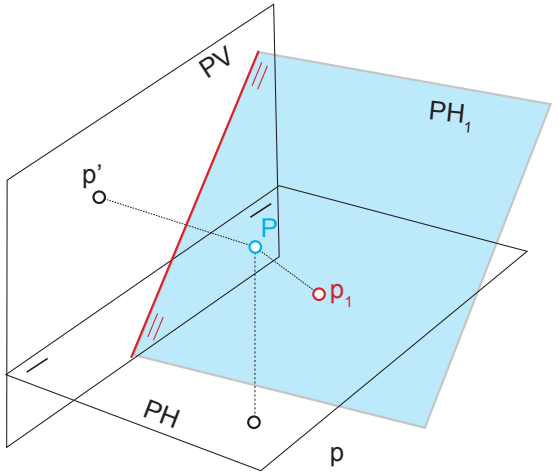
3. CAMBIOS DE PLANO

Los cambios de planos de proyección se emplean para resolver problemas de verdadera magnitud lineal o angular.
En cada cambio de plano sólo se modifica la posición de uno de los planos, permaneciendo el otro fijo.
Las proyecciones de los elementos sobre el plano modificado varían pero las proyecciones sobre el plano que ha permanecido fijo se mantienen iguales.
La línea de tierra también varía. Para indicarlo, la nueva línea de tierra lleva dos indicaciones:

- Una llave con letras donde al plano cambiado se le coloca un subíndice que indica el nº de orden del cambio correspondiente a dicho plano.
- Una rayita adicional que se coloca en cada cambio a las que designan a la línea de tierra en sus extremos.

$$\underline{\qquad\qquad} \equiv \begin{cases} V_1 \\ H \end{cases} \qquad \underline{\qquad\qquad} \equiv \begin{cases} V \\ H_1 \end{cases}$$

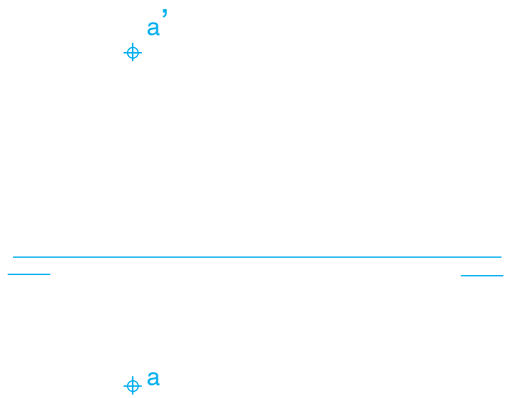


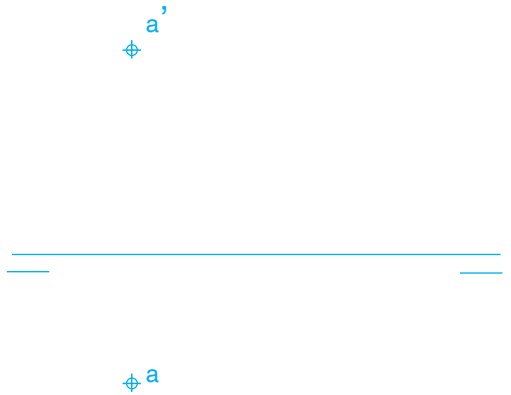


3.1.PROYECCIONES DE UN PUNTO EN EL CAMBIO DE PLANO

Cambio de plano vertical de un punto

Al cambiar el plano vertical, la proyección del punto sobre el plano horizontal ***a*** no cambia. La nueva proyección vertical ***a'***$_1$ estará sobre una perpendicular trazada desde la proyección horizontal ***a*** a la nueva línea de tierra y tendrá la misma cota que antes ya que el plano horizontal no cambia.





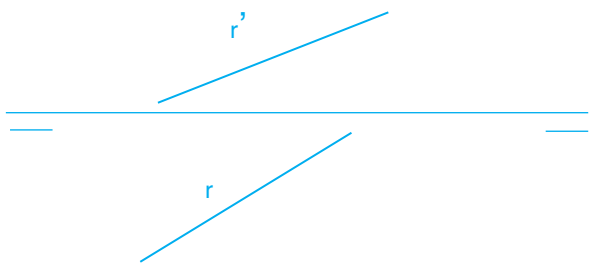
Cambio de plano horizontal de un punto

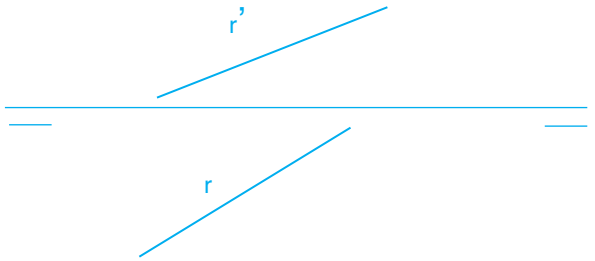
Al cambiar el plano horizontal, la proyección del punto sobre el plano vertical ***a'*** no cambia. La nueva proyección horizontal ***a***$_1$ estará sobre una perpendicular trazada desde la proyección vertical ***a'*** a la nueva línea de tierra y tendrá el mismo alejamiento que antes ya que el plano vertical no cambia.

3.2. LA RECTA EN EL CAMBIO DE PLANO

Para hallar las nuevas proyecciones de una recta tras un cambio de plano

1. hallaremos las nuevas proyecciones de dos de sus puntos, normalmente sus trazas.
2. Si realizamos un cambio de plano horizontal, las proyecciones verticales de sus trazas ***h***' y ***v'*** permanecen, obteniéndose la nuevas proyecciones horizontales de dichos puntos h_1 y v_1 trasladando sus cotas a partir de la nueva línea de tierra. El punto ***V*** tiene cota cero en los dos sistemas, por lo tanto, sigue siendo la traza vertical en el nuevo sistema.
3. Si el cambio es vertical las trazas que no varían serán las horizontales ***h*** y ***v***.

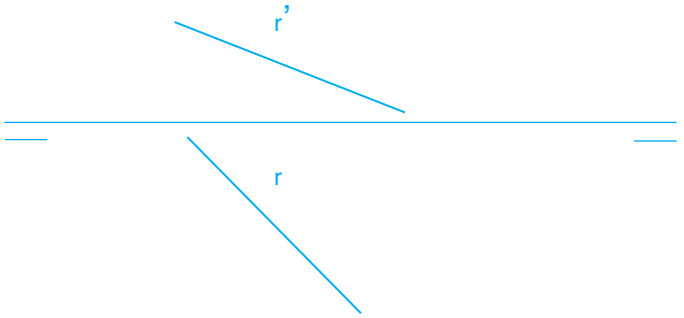


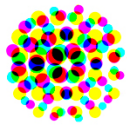


Convertir una recta oblicua en vertical (perpendicular al PH) mediante cambio de plano

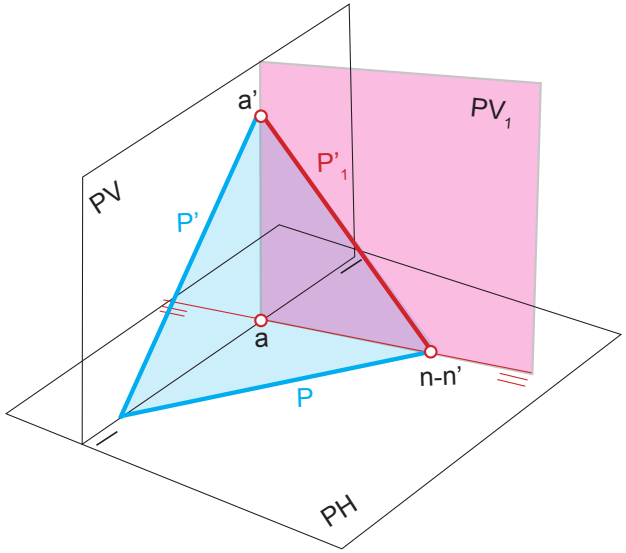
Podemos transformar una recta oblicua en vertical realizando dos cambios de plano sucesivos.

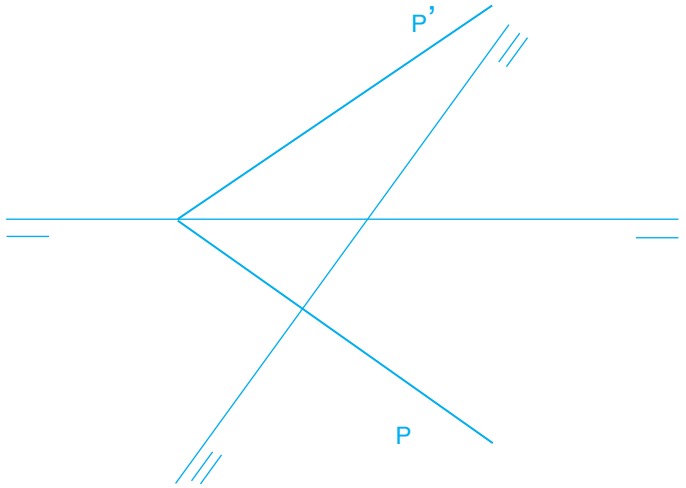
Primero la transformamos en frontal mediante un cambio de plano vertical y posteriormente realizamos un cambio de plano horizontal para transformarla en vertical.
Para transformarla en frontal tenemos que trazar la nueva línea de tierra paralela a la proyección horizontal y para transformar ésta en vertical la línea de tierra debe ser perpendicular a su proyección vertical





3.3. LAS TRAZAS DEL PLANO EN EL CAMBIO DE PLANO





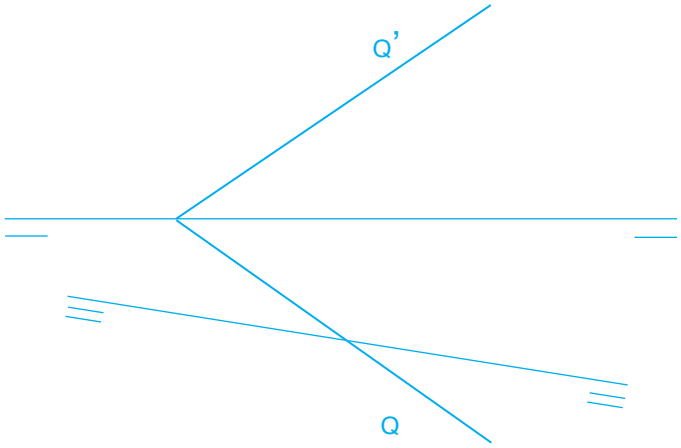
Si las dos líneas de tierra se cortan

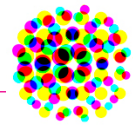
Si realizamos un cambio de plano vertical, el vértice ***A***, definido por la intersección de los dos planos verticales con el plano (***P***), pertenece a los dos sistemas. Este punto se proyecta con la misma cota en cada uno de los sistemas y pertenece a las trazas verticales del plano en ambos sistemas.
En el ejemplo la segunda línea de tierra es perpendicular a la traza del plano, por lo tanto el plano resultante será proyectante.

Si las dos líneas de tierra no se cortan

En un cambio de plano vertical. La traza horizontal ***Q*** será la misma. Tomamos una recta ***R*** auxiliar del plano que sea horizontal. Tras el cambio de plano, la recta seguirá siendo horizontal y mantendrá la misma cota.

Calculamos la nueva traza horizontal de la recta (de igual cota que antes) sobre una recta perpendicular a la nueva línea de tierra trazada por el punto donde la traza horizontal de la recta la corte. Uniendo con el punto ***N*** donde la traza ***Q*** corta a la nueva línea de tierra obtenemos la nueva traza vertical Q'_1.



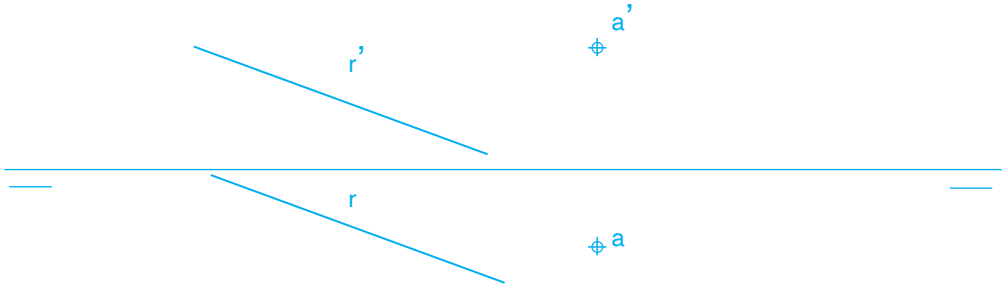


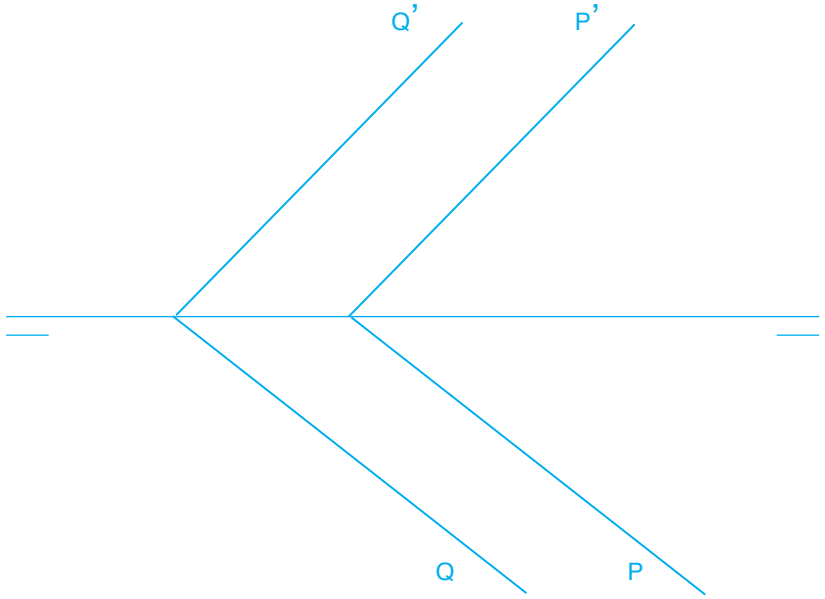
3.4. APLICACIONES DEL CAMBIO DE PLANO

3.4.1. Distancia entre un punto y una recta mediante cambios de plano

Este ejercicio se resuelve convirtiendo la recta oblicua en una recta de punta. Para ello realizaremos dos cambios de plano, uno para dejarla frontal y otro hasta colocarla de punta.

1. Realizamos el primer cambio vertical. Colocamos la nueva línea de tierra paralela a la proyección ***r*** de la recta y obtenemos la nueva proyección vertical ***a'$_1$*** del punto y ***r'$_1$*** de la recta.
2. En el segundo cambio colocamos la línea de tierra perpendicular a la proyección ***r'$_1$*** y obtenemos las proyecciones horizontales del punto y la recta, que en este caso es un punto.
3. La distancia de la proyección horizontal de la recta ***r$_1$*** a la del punto ***a$_1$*** se verá en verdadera magnitud.



3.4.2. Distancia entre dos planos paralelos mediante cambios de plano

Este ejercicio se resuelve convirtiendo los planos paralelos en proyectantes. Si queremos que sean proyectantes verticales colocando la nueva línea de tierra perpendicular a las trazas horizontales de los planos.